

BÀI TẬP MẪU TUẦN 2

ĐẠI: PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

Bài 1. Giải phương trình $2\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$. (1)

Hướng dẫn giải

$$(1) \Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x = \pi - \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{5\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $\begin{cases} x = \frac{\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{5\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Bài 2. Giải phương trình $2\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{2}$. (1)

Hướng dẫn giải

$$(1) \Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{6} = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ 2x = \frac{-5\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{24} + k\pi \\ x = \frac{-5\pi}{24} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $\begin{cases} x = \frac{\pi}{24} + k\pi \\ x = \frac{-5\pi}{24} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Bài 3. Giải phương trình $3\tan\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$. (1)

Hướng dẫn giải

Điều kiện $\cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 5x + \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{20} + \frac{k\pi}{5}, (k \in \mathbb{Z})$.

$$(1) \Leftrightarrow \tan\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \tan\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) = \tan \frac{\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow 5x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow 5x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{60} + k\frac{\pi}{5}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = -\frac{\pi}{60} + k\frac{\pi}{5}, (k \in \mathbb{Z})$.

Bài 4. Giải phương trình $\cot\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$. (1)

Hướng dẫn giải

Điều kiện $\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{6} \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$.

$$(1) \Leftrightarrow \cot\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \cot \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k\pi$$

$$\Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$.

HÌNH: PHÉP QUAY

Bài 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép quay tâm O góc quay 90° biến điểm $M(1;2)$ thành điểm nào?

Hướng dẫn giải

Biểu thức tọa độ của phép quay

$$Q_{(O, 90^\circ)} : M(x; y) \rightarrow M'(x'; y') \Rightarrow \begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases}$$

Với $M(1;2)$, ta có: $\begin{cases} x' = -y = -2 \\ y' = x = 1 \end{cases}$

Vậy $M'(-2;1)$

Bài 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 5x - 3y + 15 = 0$. Tìm ảnh d' của d qua phép quay $Q_{(O;90^\circ)}$ với O là gốc tọa độ?

Hướng dẫn giải

Với mọi điểm $M(x;y) \in d$ thì:

$$Q_{(O;90^\circ)}(M) = M'(x';y') \in d'.$$

Ta có biểu thức tọa độ:
$$\begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y' \\ y = -x' \end{cases}$$

Thay x, y vào phương trình đường thẳng $d: 5y' + 3x' + 15 = 0$ ta được: $d': 3x + 5y + 15 = 0$

Bài 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$.

Tìm ảnh (C') của đường tròn (C) qua $Q_{(O;90^\circ)}$

Hướng dẫn giải:

Đường tròn (C) có tâm $I(1;2)$; bán kính $R=2$

Gọi $I(x;y)$ là tâm của đt (C) ; $I'(x';y')$ là tâm của đt (C') thì:

$$Q_{(O;90^\circ)}(I) = I'(x';y')$$

Biểu thức tọa độ
$$\begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' = -2 \\ y' = 1 \end{cases}$$

Ảnh của (C) là đường tròn có cùng bán kính

Vậy $(C'): (x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$